

Protokoll zum Versuch: Zur Entstehung des COULOMB'schen Gesetzes

Heino Hildebrandt, Lars Hoegen, Arne Winterboer

14. Januar 2005

1 Einleitung

Das COULOMB'sche Gesetz zur Beschreibung der Kraft zwischen zwei Punktladungen in der heute verwendeten Form

$$F = \frac{1}{4\pi \epsilon_0 \epsilon_r} \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \quad (1)$$

ϵ_0 elektrische Feldkonstante

ϵ_r Permittivitätszahl

Q_1, Q_2 Ladungsmengen der Punktladungen

r Abstand zwischen den Punktladungen

wird heute als allgemein gültig angesehen. Es geht auf die Arbeiten des französischen Militäringenieur CHARLES AUGUSTIN COULOMB zurück, der ab 1785 mehrere Artikel über Elektrizität und Magnetismus veröffentlichte. In seinen ersten Arbeiten beschäftigte er sich mit dem Kraft-Abstand-Gesetz und leitete die reziprok quadratische Abhängigkeit der Kraft vom Abstand experimentell her.

Wenn man heute Versuche zur Untersuchung dieses Sachverhalts durchführt, stellt man relativ schnell fest, dass die $1/r^2$ -Abhängigkeit nicht so offensichtlich erscheint, wie es manche Darstellungen der historischen Entwicklungen darlegen. Auch $1/r$ - oder $1/r^3$ -Abhängigkeiten scheinen denkbar, vgl. [1].

Die Reaktionen von COULOMBS Zeitgenossen auf seine Untersuchungsergebnisse zeigen, dass diese Frage seinerzeit sehr kontrovers diskutiert wurde. Eine kurze Zusammenfassung einiger Quellen findet sich in [2]. Ziel dieses Versuches ist die Wiederholung der COULOMB'schen Experimente mit einem Nachbau seines Versuchsaufbaus.

2 Versuchsaufbau und Durchführung

Um die Kraft zu messen, die zwei gleichnamig geladene Holundermarkkugeln aufeinander auswirken, machte COULOMB sich das Prinzip der Torsionswaage zu Nutze. Er konstruierte einen Aufbau, der in Abbildung 1 schematisch dargestellt ist.

In einem Glaszylinder befindet sich mittig eine Bohrung, auf der ein Glasrohr aufgesetzt ist. Auf den Kopf dieses Rohres ist ein Torsionsmikrometer aus Messing befestigt, in dem ein Torsionsfaden (in unserem Fall ein Kupferdraht) mit einem Durchmesser von 0,04 mm

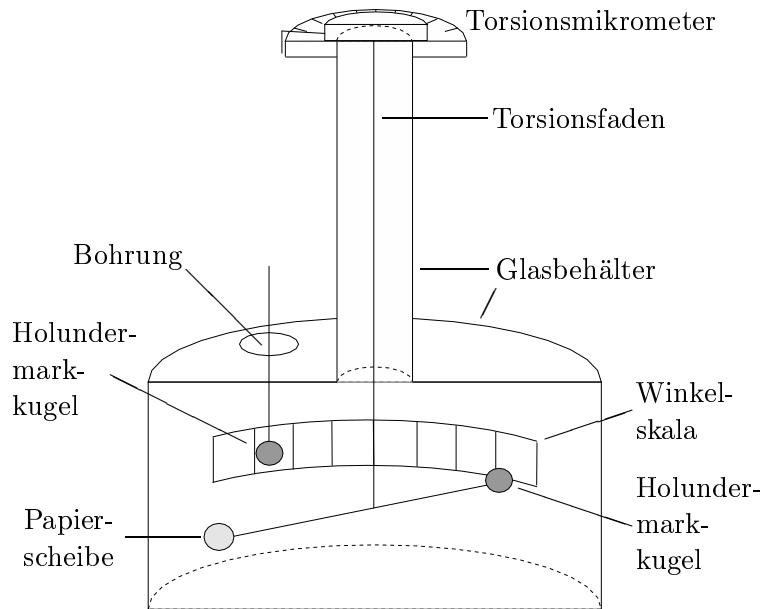


Abbildung 1: Prinzipskizze (Querschnitt) der von COULOMB verwendeten Drehwaage

eingelötet ist. Das Torsionsmikrometer besitzt eine 360° -Winkelskala, die es erlaubt, den Faden um eine bestimmbares Maß zu tordieren.

Am unteren Ende des Fadens ein PVC-Stab und ein Zuggewicht befestigt. Das Zuggewicht sorgt dafür, dass der Torsionsfaden unter ausreichender Spannung steht; es ist in der Skizze nicht eingezeichnet. Am Ende des PVC-Stabes ist eine Holundermarkkugel befestigt, die als Ladungsträger fungiert. Als Ausgleichsgewicht ist am anderen Ende des Stabes eine Papierscheibe von etwa 0,2 cm Durchmesser befestigt. Der Stab hängt horizontal und vertikal mittig im Glasbehälter und dreht frei an der Achse des Torsionsfadens. Zwischen Gefäßwand und Holundermarkkugel sind ca. 3 cm Abstand.

Im Deckel des Glaszylinders ist eine zweite Bohrung, die es erlaubt, eine zweite Holundermarkkugel, die ebenfalls an einem PVC-Stab befestigt ist, im Zylinder auf Höhe des drehbaren Stabes zu platzieren. Diese zweite Kugel wird dazu genutzt, eine Ladung in den Aufbau einzubringen.

Die einzubringende Kugel wird mittels einer Reibung mit einem Katzenfell statisch aufgeladen und in den Zylinder eingebracht. Durch kurzzeitigen Kontakt mit der anderen Kugel findet ein Übertrag von Ladungsträgern statt, so dass beide Kugeln gleichnamig geladen sind und sich abstoßen.

Um den Abstand r zwischen den beiden Holundermarkkugeln bestimmen zu können, ist an der Wand des Glaszylinders eine Winkelskala angebracht. Die eingebrachte Kugel wird in deren Nullpunkt platziert. Wenn sich der bewegliche Stab ausgependelt hat, wird das Torsionsmikrometer am Kopf ebenfalls auf Null justiert. Als Bezug wird dabei die Position genommen, die der bewegliche Stab mit geladener Kugel ohne Torsion des Fadens einnimmt.

Durch Drehung des Torsionsmikrometers in dem Ausschlag entgegengesetzter Richtung lässt sich nun ein Torsionsmoment auf den PVC-Stab ausüben. Dieses bewirkt eine der abstoßenden Kraft entgegengesetzte Kraft, deren Stärke bis etwa 600° linear mit dem Torsionswinkel korreliert. Diesen Zusammenhang hat COULOMB in Vorexperimenten¹ untersucht und experimentell bestätigt.

¹vgl. [3]

2.1 Abweichungen zwischen den Aufbauten

Der von uns verwendete Nachbau hält sich mit einer Unsicherheit von maximal 10% an die von COULOMB beschriebenen Dimensionen. Aus praktischen Gesichtspunkten wurden einige Teile des Nachbaus verändert. So verwendete COULOMB statt der PVC-Stäbe mit Sigellack überzogene Seidenfäden, die sich beim Nachbau allerdings als zu wenig stabil erwiesen. Zudem wurde im Originalversuch ein Torsionsfaden aus Silber verwendet, der aus Kostengründen im Nachbau aus Kupfer gefertigt ist. Dieser ist auch nicht, wie von COULOMB beschrieben, im Kopf des Mikrometers festgeklemmt, sondern eingelötet.

Alle anderen Parameter entsprechen dem Originalversuch. In wiederholten Messungen hat sich gezeigt, dass beim Umgang mit dem Aufbau ein Berühren des Glaszylinders vermieden werden sollte, da dann anscheinend Ladungen auf den Zylinder aufgebracht werden, die die Messung durch Influenz beeinflussen. Ebenso hat sich gezeigt, dass die Papierscheibe als Gegengewicht einen nicht zu großen Durchmesser haben darf, da sich sonst die Messwerte durch Luftreibung verfälschen.

3 Durchführung

Zu Beginn der Messreihe wurde die einzubringene Kugel durch einmaliges Reiben eines Katzenfells an ihrem PVC-Stab statisch elektrisiert, dann in den Aufbau ein- und mit der anderen Holundermarkkugel in Kontakt gebracht. Für die gesamte Versuchsdauer wurde *keine* erneute Aufladung vorgenommen.

Nach der oben beschriebenen Nulljustage wiederholten wir in zwei Durchläufen den Versuch folgendermaßen: Das Torsionsmikrometer wurde zunächst in Schritten von 10° , später von 20° und 40° entgegen des Ausschlags des PVC-Stabes bewegt. Daraufhin näherten sich die Holundermarkkugeln wegen der aufgebrachten Gegenkraft an. Nach Abwarten des Auspendelns wurde die Winkelposition des PVC-Stabes auf der Skala des Zylinders durch Peilung über den Stab und den Torsionsfaden abgelesen.

Im ersten Versuch erhielten wir die in Tabelle 1 eingetragenen Messwerte. Im zweiten Versuch untersuchten wir zusätzlich das Entladeverhalten der Holundermarkkugeln. Wenn sich diese nicht gegen die Luft entladen würden, müsste die bewegliche Kugel bei Rückstellung des Torsionsmikrometers in die Nullposition in ihre Ausgangslage zurückkehren. In der in Tabelle 2 verzeichneten Messreihe haben wir daher bei jedem vierten Messwert am Torsionsmikrometer wieder diese Nullposition untersucht.

Die Gesamttorsion des Fadens ergibt sich aus der Summe des am Torsionsmikrometers eingestellten Winkels α und dem abgelesenen Winkel β zwischen den Holundermarkkugeln, denn der Faden wird um diesen Abstand weiter tordiert.

In Tabelle 3 sind die für die Nulllage des Torsionsmikrometers ermittelten Werte aus Tabelle 2 mit der Zeit aufgetragen, die seit Versuchsbeginn verstrichen ist.

COULOMB hat in seinen Arbeiten drei Messwerte angegeben, von denen er behauptet, sie in wenigen Minuten gemessen zu haben. Die Lage der Messwerte deutet darauf hin, dass COULOMB versuchte, das Verhältnis $1/r^2$ zwischen Kraft und Abstand direkt experimentell zu prüfen. Dabei hat er den Torsionswinkel in zwei Schritten jeweils vervierfacht. Zu erwarten war nach seiner Theorie eine Halbierung des Abstands, was er auch beobachtete. Wir haben diesen Versuch für unsere Anfangsauslenkung wiederholt und dabei die in Tabelle 4 verzeichneten Werte gemessen. Vor Beginn dieses Versuches haben wir die Nullposition des Torsionsmikrometers neu eingestellt, da sich die Holundermarkkugeln zwischenzeitlich entladen haben.

$\alpha/^\circ$	β°	K nach Gl. (4) mit		
		$\xi = \beta$	$\xi = \beta^2$	$\xi = \beta^3$
0	47	2209	103823	4879681
10	43	2279	97997	4213871
20	42	2604	109368	4593456
30	39	2691	104949	4093011
40	37	2849	105413	3900281
50	35	2975	104125	3644375
60	33	3069	101277	3342141
70	31	3131	97061	3008891
80	30	3300	99000	2970000
90	29	3451	100079	2902291
100	28,5	3662,25	104374,13	2974662,56
120	26	3796	98696	2566096
140	25	4125	103125	2578125

α : Winkel am Torsionsmikrometer

β : Winkel zwischen den Holundermarkkugeln

$\alpha/^\circ$	β°	K nach Gl. (4) mit		
		$\xi = \beta$	$\xi = \beta^2$	$\xi = \beta^3$
160	24	4416	105984	2543616
180	22,5	4556,25	102515,63	2306601,56
200	22	4884	107448	2363856
220	21	5061	106281	2231901
260	19,5	5450,25	106279,88	2072457,56
300	18,5	5892,25	109006,63	2016622,56
340	16	5696	91136	1458176
380	15,5	6130,25	95018,88	1472792,56
420	14,5	6300,25	91353,63	1324627,56
460	14	6636	92904	1300656
500	13,5	6932,25	93585,38	1263402,56
540	13	7189	93457	1214941
580	12,5	7406,25	92578,13	1157226,56
Mittelwert \overline{K}		4488,11	100647,50	2630529,17
Standardabw. σ_K		1633,34	5773,46	1103173,48
σ_K/\overline{K}		0,36	0,057	0,42

Tabelle 1: Messung zur Untersuchung des COULOMB'schen Gesetzes, erste Messung

$\alpha/^\circ$	β°	K nach Gl. (4) mit		
		$\xi = \beta$	$\xi = \beta^2$	$\xi = \beta^3$
0	41	1681	68921	2825761
10	37,5	1781,25	66796,88	2504882,81
20	35	1925	67375	2358125
30	32	1984	63488	2031616
0	39	1521	59319	2313441
40	29	2001	58029	1682841
50	28	2184	61152	1712256
60	27	2349	63423	1712421
0	38	1444	54872	2085136
70	24	2256	54144	1299456
80	23	2369	54487	1253201
90	22	2464	54208	1192576
0	36	1296	46656	1679616
100	21	2541	53361	1120581
120	19	2641	50179	953401
140	18	2844	51192	921456
0	34	1156	39304	1336336

α : Winkel am Torsionsmikrometer

β : Winkel zwischen den Holundermarkkugeln

$\alpha/^\circ$	β°	K nach Gl. (4) mit		
		$\xi = \beta$	$\xi = \beta^2$	$\xi = \beta^3$
160	17,5	3106,25	54359,38	951289,06
180	16	3136	50176	802816
200	15	3225	48375	725625
0	33	1089	35937	1185921
220	14	3276	45864	642096
260	13	3549	46137	599781
300	12	3744	44928	539136
0	33	1089	35937	1185921
340	10,5	3680,25	38642,63	405747,56
380	10	3900	39000	390000
420	9,5	4080,25	38762,38	368242,56
0	32	1024	32768	1048576
460	9	4221	37989	341901
500	8,5	4322,25	36739,13	312282,56
540	8	4384	35072	280576
580	7,5	4406,25	33046,88	247851,56
0	31,5	992,25	31255,88	984560,06
Mittelwert \overline{K}		2578,29	48585,18	1176336,03
Standardabw. σ_K		1098,1	11090,17	705492,68
σ_K/\overline{K}		0,43	0,23	0,6

Tabelle 2: Messung zur Untersuchung des COULOMB'schen Gesetzes, zweite Messung

<i>Zeit / s</i>	0	390	840	1350	1920	2430	3060	3540	4080
$\alpha / ^\circ$	41	39	38	36	34	33	33	32	31,5

Tabelle 3: Messwerte zur Beobachtung der Entladung der Holundermarkkugeln

<i>Winkel am Torsionsmikrometer / °</i>	0	105	472,5
<i>abgelesener Winkel zwischen den Kugeln / °</i>	30	15	8
<i>erwarteter Winkel zwischen den Kugeln / °</i>	30	15	7,5

Tabelle 4: Messungen zur Überprüfung von COULOMBS Versuchen

4 Auswertung

4.1 Zur Proportionalität zwischen Kraft und Abstand

Das Messprinzip dieses Versuches beruht auf einem Gleichgewicht zwischen der Kraft F_C , die aus der Abstoßung der gleichnamig geladenen Kugeln resultiert, und der durch die Torsion aufgebrauchten Gegenkraft F_T :

$$|F_T| = |F_C| \quad (2)$$

Die Torsionskraft ist bei dem von uns verwendeten Kupferdraht bis zu einem Winkel von etwa 600° linear proportional zu diesem. Der Torsionswinkel ist dabei die Summe aus eingestelltem Winkel α und abgelesenem Winkel β , d.h. es gilt $|F_T| = k_1(\alpha + \beta)$ mit einer nicht näher beschriebenen Konstante k_1 .

Für die Abhängigkeit der abstoßenden Kraft F_C vom Abstand r wird ein umgekehrt proportionaler Zusammenhang vermutet. Zwischen Abstand r und Winkel β besteht ein proportionaler Zusammenhang nach dem Kosinussatz (l bezeichnet die Länge des PVC-Stabes am Torsionsfaden)

$$r = \sqrt{\frac{l^2}{2}(1 - \cos \beta)} \quad (3)$$

da für $0^\circ \leq \beta \leq 180^\circ$ $-1 \leq \cos \beta \leq 1$ gilt. Mit anderen Worten: Je größer der Winkel, desto größer der Abstand.

Da wir untersuchen wollen, ob der Abstand nun linear, quadratisch oder kubisch in die Proportionalität eingeht, setzen wir zunächst allgemein $|F_C| = k_2 \frac{1}{\xi}$ mit einer nicht näher beschriebenen Konstante k_2 . Damit folgt:

$$\begin{aligned} |F_T| &= |F_C| \\ \Leftrightarrow k_1(\alpha + \beta) &= k_2 \frac{1}{\xi} \\ \Leftrightarrow \xi(\alpha + \beta) &= \frac{k_2}{k_1} =: K \end{aligned} \quad (4)$$

Für ξ kann dann β , β^2 oder β^3 eingesetzt werden. In den Tabellen 1 und 2 sind entsprechende Spalten mit diesen Werten eingetragen; die Werte sind auf die zweite Nachkommastelle gerundet.

Wie kann man nun eine Aussage darüber machen, welcher Zusammenhang nun experimentell bestätigt wurde? Angenommen, die betrachtete Beziehung $1/\xi$ sei richtig. Dann müssten

die gemessenen Werte einer Gauß-Normalverteilung folgen. Demzufolge berechneten wir für $\xi = \{\beta, \beta^2, \beta^3\}$ die Mittelwerte \overline{K} und die Standardabweichungen σ_K . Da die berechneten Werte sich in der Größenordnung um einige Zehnerpotenzen unterscheiden, ist ein Vergleich nur über die relative Standardabweichung σ_K/\overline{K} sinnvoll. Die dafür berechneten Werte sind ebenfalls in den Tabellen 1 und 2 verzeichnet.

Man erkennt, dass die relative Standardabweichung bei beiden Messungen für den Fall $\xi = \beta^2$ am geringsten ist. Dies deutet darauf hin, dass der von COULOMB formulierte Zusammenhang gemäß Gleichung (1) am ehesten den Tatsachen entspricht. Um allerdings eine gesicherte Aussage treffen zu können, müsste man die Messung mehrfach wiederholen und in der beschriebenen Weise auswerten.

Die Differenz der relativen Standardabweichung führen wir auf die Dauer der Versuche zurück. Die erste Messung nahm etwa 25 Minuten in Anspruch, die zweite Messung dauerte hingegen wegen der wiederholten Rückstellung des Torsionsmikrometers und der damit verbundenen langen Ausschwingzeit knapp über eine Stunde. Beim zweiten Versuch war der Ladungsverlust, der während der Durchführung auftrat, demzufolge stärker, was eine stärkere Streuung der Messwerte zur Folge hat.

4.2 Zur Nachbildung der COULOMB'schen Messungen

Da die in Tabelle 4 verzeichnete Messreihe nur im letzten Wert von den nach der COULOMB'schen Theorie zu erwartenden Messwerten abweicht, ist man leicht versucht, dieses als weiteren Beleg für ebendiese heranzuziehen, zumal vor dem Hintergrund in Abschnitt 4.1 geäußerten Vermutungen.

Nun wäre dieses Vorgehen aber physikalisch sehr zweifelhaft, denn drei Werte genügen nicht einmal näherungsweise den statistischen Ansprüchen an Messungen, aus denen derart allgemeine Aussagen normalerweise abgeleitet werden.² Wir können daher nur behaupten, dass COULOMB mit großer Wahrscheinlichkeit die von ihm beschriebenen Messwerte mit seinem Aufbau gemessen hat.

4.3 Zum Ladungsverlust der Kugeln

Die in Tabelle 3 einetragenen Daten sind in Abbildung 2 in Form eines Zeit-Winkel-Diagramms dargestellt.

Die Ladungsmenge, die pro Zeiteinheit von der Holundermarkkugel in die Luft abfließt, ist abhängig von der Differenz der Ladungsmenge zwischen Kugel und Luft, denn bei großer Ladungsmenge auf der Kugel wirkt ihr Feld stärker ionisierend als bei kleiner. Da dieser Zusammenhang durch eine Differentialgleichung beschrieben werden kann, ist ein exponentieller Abfall der Ladungsmenge zu erwarten.

Da nach dem COULOMB'schen Gesetz Kraft und Ladungsmenge direkt proportional zueinander sind, ist auch ein exponentieller Abfall des Abstandes bzw. des Winkels mit der Zeit zu erwarten. Im Diagramm 2 wurde mit Hilfe des Programms ORIGIN über einen Fit nach einer solchen Funktion gesucht. Es ergab sich eine Funktion der Form

$$\begin{aligned} f(t) &= ae^{-\frac{b}{t}} + y_0 \\ &= (0,19662 \pm 0,01488) e^{-\frac{(2159,25149 \pm 402,59546)}{t}} + (0,52024 \pm 0,01653) \end{aligned} \quad (5)$$

²„Durch zwei Datenpunkte kann man immer eine Gerade legen, durch drei immer eine Parabel.“

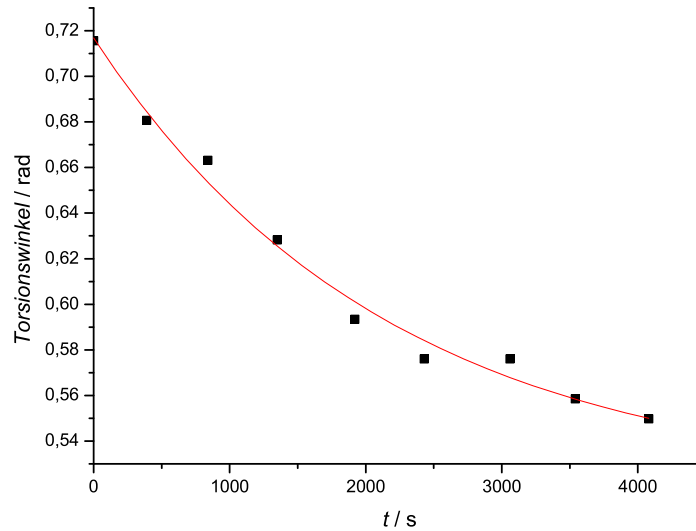


Abbildung 2: Diagramm zur Betrachtung des Ladungsverlustes

Man erkennt im Diagramm und an dem vergleichsweise großen Fehler im Wert von b , dass der Fit die Messwerte nur sehr bedingt nachbildet. Wir führen dies auf drei Ursachen zurück.

Zum Einen erlaubt die Winkelskala im Glaszylinder nur eine Ablesegenauigkeit von $\pm 0,5^\circ$. Für die Untersuchung eines exponentiellen Zusammenhangs müsste die Skala aber mit abnehmendem Winkel immer feiner werden, da dort die Differenzen zwischen zwei Winkeln nach festgelegtem Zeitintervall immer kleiner werden.

Zum Zweiten vermuten wir, dass bei kleinem Abstand Influenzerscheinungen zwischen den Holundermarkkugeln zu einer zusätzlichen Verminderung der Ladung geführt haben. Zum Ende der zu Grunde liegenden Messreihe wurden die Abstände zwischen den Kugeln immer kleiner, bevor die Nulllage des Torsionsmikrometers wieder eingestellt wurde. Dabei beeinflussen sich die Felder der Holundermarkkugeln derart, dass sich die beweglichen Ladungsträger auf jeweils einer Kugelseite sammeln.³ Diese lokale Verstärkung der Feldintensität erhöht die Ionisation der Luftmoleküle und verursacht somit ein stärkeres Abfließen von Ladungsträgern.

Ein dritter Grund für die starke Abweichung vom erwarteten Verlauf könnte die ständige Umkehrung der Orientierung der Drehrichtung sein. Wie oben bereits erwähnt, sollte die Papierscheibe, die als Gegengewicht am PVC-Stab hängt, einen nicht zu großen Durchmesser haben, um Reibungseffekte zu minimieren. Wir nehmen an, dass die verwendete Scheibe einen immer noch wahrnehmbaren Einfluss auf die Messung genommen hat, denn bei der Durchführung wurde die Drehrichtung des PVC-Stabes nach jeder dritten Messung umgekehrt, um diesen in die Nulllage zurückkehren zu lassen. Mit fortschreitender Messwertanzahl war der Weg, den die Holundermarkkugel zwischen gemessener Position und Nulllage zurücklegen musste, immer größer. Damit erhöht sich auch die maximale Winkelgeschwindigkeit, die dabei erreicht wird. Zu vermuten ist, dass bei höheren Winkelgeschwindigkeiten turbulente

³Aus den Versuchen zur historischen Elektrizität wissen wir, dass Katzenfell einen PVC-Stab negativ auflädt, daher ist zu vermuten, dass sich Elektronen an der dem Verbindungsvektor abgewandten Seite der Kugeln sammeln.

Strömungseffekte den Strömungswiderstand übermäßig erhöht haben.

5 Didaktische Bemerkungen

Die COULOMB'sche Drehwaage eignet sich unserer Ansicht nach in leicht abgewandelter Form für den Einsatz im Unterricht sehr gut. Anstelle der Holundermarkkugel könnten Ladungsträger aus anderen Materialien stehen, die weniger Ladungsverluste ausweisen, z.B. leichte metallische Kugeln. Denkbar wäre auch der Anschluss der Kugeln an einen gleichgerichteten Hochspannungstransformator, um so eine gleichbleibende Ladung sicherzustellen. Dabei könnte der Torsionsfaden als Leiter genutzt werden.

Vor Beginn der Untersuchungen mit der Drehwaage steht die Frage nach der Motivation für die geplanten Messungen. Aus den Untersuchungen an statischer Elektrizität in Klasse 7 oder 8 wissen die Schülerinnen und Schüler, dass sich gleichnamige Ladungen abstoßen. Man kann als (Wieder-) Einstieg in die Untersuchungen auf die historische Entwicklung der Untersuchungen hinweisen. Auch unter Neugier-Aspekten ist eine Wiederaufnahme des Themas denkbar.

Experimenteller Einstieg kann ein einfacher Versuch sein, bei dem die Kraftwirkung spürbar gemacht wird. Man kann mit Hilfe von Hochspannungstransformatoren diskrete Ladungsmengen auf Kugeln oder andere Körper aufbringen und diese dann von Hand zusammenführen. Die dabei auftretenden Kräfte bei verschiedenen Abständen und verschiedenen Ladungsmengen sollen von den Schülerinnen und Schülern zunächst abgeschätzt werden.

Ausgehend von solchen Experimenten kann man dann die Frage untersuchen, ob solche „Messungen“ von Hand physikalisch objektiv sind und somit das Messprinzip der Drehwaage einführen.

Vor der Durchführung sollte den Schülerinnen und Schülern allerdings die Grundlagen des Messprinzips verdeutlicht werden. Eine Schwierigkeit liegt dabei in der Verwendung eines Torsionsmomentes als proportionale Gegenkraft. Der bei der Drehwaage verwendete Kupferfaden ist sehr fein, so dass die durch Torsion aufgebrachte Kraft sehr gering sind. Für eine physikalisch geschlossene Argumentation müsste in Voruntersuchungen diese Kraft quantifiziert werden. Eine Messung müsste in ihrer Genauigkeit den im späteren Versuch auftretenden Kräften Rechnung tragen, d.h. sie müsste sehr präzise sein. Es ist fraglich, ob derartige Messungen in der Schule so durchgeführt werden können, dass die verwendete Messmethode für die Schülerinnen und Schüler erklärbar ist. Zur direkten Bestimmung von Kräften wird in der Schule meist eine Federwaage eingesetzt, die sich für diese Zwecke aber nicht oder nur sehr bedingt eignet. Indirekte Methoden verwenden in der Regel physikalische Grundlagen, die den Schülerinnen und Schülern zum Zeitpunkt der Untersuchungen an der COULOMB'schen Drehwaage (nach den Rahmenrichtlinien am Anfang der Klasse 10) noch nicht geläufig sind. Als Beispiel sei hier das Gravitationsgesetz nach NEWTON genannt, welches in der Drehwaage nach CAVENDISH als Messprinzip verwendet wird.

Eine denkbare Umgehung dieser Problematik wäre, den linear proportionalen Zusammenhang an dickeren Fäden zu untersuchen und von den Ergebnissen auf den feineren Kupferdraht zu schließen. Bei dicken Fäden ist ebenso eine lineare Proportionalität zu erwarten, wobei der maximale Torsionswinkel, unterhalb dessen die Linearität liegt, mit kleiner werdendem Durchmesser zunimmt. Ausgehend von diesen Untersuchungen kann man den Schülerinnen und Schülern vermitteln, dass sehr genaue Messungen an den feinen Drähten zu dem Ergebnis führten, dass der Grenzwinkel (in unserem Aufbau) bei etwa 600° liegt. Bei Anschluss an einen Hochspannungstransformator können auf den Kugeln hohe Ladungsmengen und damit eine

große abstoßende Kraft realisiert werden, was es erlaubt, den Draht dicker auszuführen und ggf. direkt zu untersuchen.

Inwieweit diese zum Thema nicht direkt in Bezug stehenden Untersuchungen sich negativ auf die Motivation der Schülerinnen und Schüler auswirken, vermögen wir nicht abzuschätzen. Dieser Aspekt sollte aber auf jeden Fall berücksichtigt werden. Vielleicht ist es, auch unter Zeitaspekten, sinnvoll und stimmig, einfach zu behaupten, die Gegenkraft sei mit der Torsion linear, wie man mit besseren physikalischen Mitteln festgestellt habe.

Der COULOMB'sche Versuch selber kann als Demonstrationsexperiment oder als Schülerexperiment durchgeführt werden, da er, abgesehen von den einzuhaltenden Randbedingungen, keinerlei besondere Anforderungen an die experimentellen Fähigkeiten stellt. Die für die Auswertung nötige trigonometrische Mathematik wird direkt vorher oder zeitgleich im Mathematikunterricht behandelt. Damit können die Schülerinnen und Schüler den Abstand der Kugeln ermitteln.

Zur Auswertung sind mehrere Verfahren denkbar. Ausgehend von Hypothesen, z.B. der Abhängigkeit von r^3 , r^2 , r , $1/r$, $1/r^2$ oder $1/r^3$, können die Messwerte graphisch oder statistisch ausgewertet werden. In beiden Fällen bietet sich der Einsatz geeigneter Software (Tabellenkalkulationen mit Diagrammfunktionen) an.

Bei der grafischen Auswertung kann die Frage im Vordergrund stehen, warum man den Winkel bzw. die Gegenkraft über r^3 , r^2 ... aufträgt und welche Bedeutung es hat, wenn in einem solchen Diagramm eine Gerade zu interpolieren ist. Dies zielt auf die Schulung allgemeiner Herangehensweisen an unbekannte Zusammenhänge ab, denn die grafische Interpretation ist ein gängiges Mittel der Physik. Im weiteren curricularen Verlauf kann eine solche Untersuchung aufgegriffen werden, um zu diskutieren, warum man Achsen in Diagrammen logarithmisch skaliert.

Die Mittel zur statistischen Auswertung dürften den Schülerinnen und Schülern noch nicht geläufig sein. Man kann ihnen jedoch die Bedeutung von Mittelwert und Streuungsmaß sehr anschaulich erklären. Der Mittelwert dürfte in der Berechnung keine Schwierigkeiten bereiten; anstelle der Standardabweichung kann die Differenz zwischen Minimum und Maximum der Messwerte treten. Die von uns zum Vergleich herangezogene relative Standardabweichung kann durch den Quotienten aus der o.g. Differenz und dem Mittelwert ersetzt werden. Da die Messwerte nach der Theorie normalverteilt zu erwarten sind, hat diese Ersetzung nur den Effekt, dass die für den Vergleich berechneten Werte um einen prozentual gleichen Betrag kleiner werden.

Die statistische Auswertung liefert eine im physikalischen Sinne verlässlichere Aussage. Es ist daher sinnvoll, diese auch im Unterricht durchzuführen, vielleicht ergänzt durch eine grafische Betrachtung.

Literatur

- [1] Horst Theißen. *Ist die Kraft zwischen zwei Ladungen wirklich proportional $1/r^2$?* In: Physik und Didaktik 1/1975. Bayerischer Schulbuchverlag. München, 1975. Seiten 57-67.
- [2] Dr. Peter Heering et. al. *Über die Entstehung des Coulombschen Gesetzes.* In: Reader zum Demonstrationspraktikum für alle Lehrämter. Carl von Ossietzky-Universität Oldenburg, Fakultät 5, Fachbereich Physik (Eigenverlag). Oldenburg. 2004. Seiten 174 – 186.

- [3] Charles Auguste Coulomb. *Vier Abhandlungen über die Elektrizität und den Magnetismus*. In: Walter König (Hrsg.). Ostwald's Klassiker der exakten Wissenschaften. Nr. 13. Akad. Verlags-Gesellschaft. Leipzig, 1921. Seite 9ff.