

Lösung zu Aufgabe 2

24. Oktober 2002

Zur Lösung der Aufgabe sind drei grundlegende Prinzipien der Statik von Belang:

Die Summe aller Kräfte, die auf jeden Punkt eines statischen Systems wirken, ist gleich Null. Wäre dem nicht so, würde an mindestens einem Punkt eine resultierende Kraft angreifen und das System beschleunigen.

Die Summe aller Drehmomente, die bezüglich eines jeden Punktes eines statischen Systems wirken, ist gleich Null. Ein Drehmoment wird durch eine Kraft bestimmt, die senkrecht zu einem Punkt in einem definierten Abstand angreift. Wäre die Summe ungleich Null, würde ein resultierendes Drehmoment das System in Rotation versetzen.

Kräfte, gekennzeichnet durch Vektoren, können entlang ihrer Wirkungslinie beliebig verschoben werden.

Betrachte nun zunächst das Gesamtsystem. Die einzige einwirkende Kraft ist die Gewichtskraft $\vec{F}_G$ der Kugel, die unmittelbar an der Spitze des Querbalkens angreift, denn die Schnur, an der die Kugel hängt, überträgt Kräfte nur entlang ihrer Länge. Abbildung (1) zeigt ein Schema.

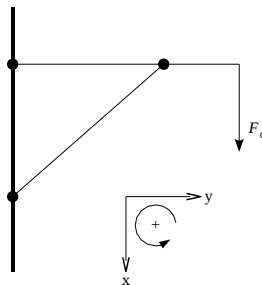


Abbildung 1: Übersichtsskizze des Problems

Zunächst lege ich mir ein Koordinatensystem und eine positive Drehrichtung fest. Üblicherweise wählt man in der Statik die x -Achse nach unten, die y -Achse nach rechts und die mathematisch positive Drehrichtung.

Ich zerschneide das System nun in die Teilsysteme Wand, Querbalken und Stützbalken. Dabei muss ich das Prinzip *actio=reactio* beachten, das an den Kontaktpunkten die übertragenen Kräfte verursacht. Beispiel Wand: Der Querbalken übt auf die Wand eine nach oben wirkende Kraft $-\vec{F}_2$ aus. Beim Freischneiden des Querbalkens muß demzufolge an der Schnittstelle eine entsprechende Gegenkraft $\vec{F}_2$ angetragen werden. Gleiches gilt für die Kraft $\vec{F}_3$, die der Querbalken aufgrund der Hebelwirkung in y -Richtung auf die Wand ausübt. Es ergeben sich drei Teilsysteme mit ihren Schnittkräften, die in Abbildung (2) dargestellt sind.

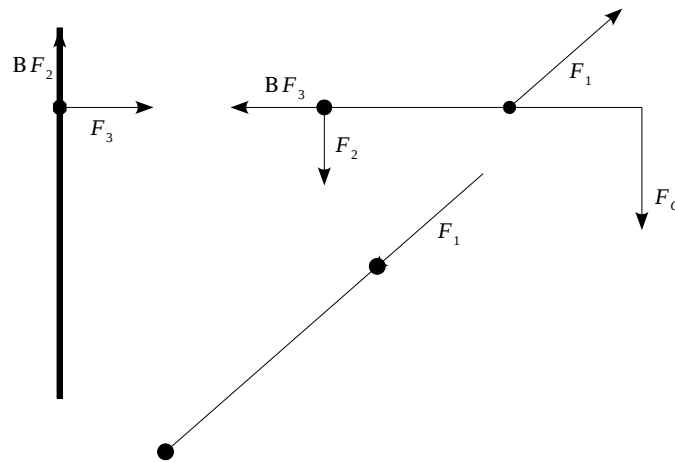


Abbildung 2: Drei Teilsysteme mit angreifenden Kräften

Im Stützbalken kann aufgrund der einwertigen Lagerung nur eine Kraft $\vec{F}_1$ längs des Balkens übertragen werden. Betrachte nun nur die am Querbalken angreifenden Kräfte. Zunächst ist man bestrebt, die Kräftegleichgewichte in allen Koordinatenrichtungen aufzustellen. Alle angreifenden Kräfte mit Ausnahme von $\vec{F}_1$ sind achsenparallel. Daher zerlege ich $\vec{F}_1$ in die beiden achsenparallelen Teilkomponenten $\vec{F}_{1x}$ und $\vec{F}_{1y}$. Es ergibt sich das in Abbildung (3) skizzierte Bild.

Das Kräftegleichgewicht in x -Richtung lautet $\vec{F}_2 - \vec{F}_{1x} + \vec{F}_G = 0$, in y -Richtung $-\vec{F}_3 + \vec{F}_{1y} = 0$. Daraus folgt direkt $\vec{F}_3 = \vec{F}_{1y}$.

Zur weiteren Auflösung betrachte ich nun noch das Drehmoment im Punkt A, das lautet: $\vec{F}_2 \cdot 0,5m - \vec{F}_G \cdot 0,5m = 0$, da $\vec{F}_2$ den Querbalken um A in positiver und $\vec{F}_G$ in negativer Richtung drehen würde. $\vec{F}_1$ und $\vec{F}_3$ spielen keine Rolle, da sie direkt im Punkt A angreifen bzw. dorthin verschoben werden können.

Es folgt also $|\vec{F}_2| = |\vec{F}_G| = 91,8N$. Aus der ersten Gleichung folgt direkt

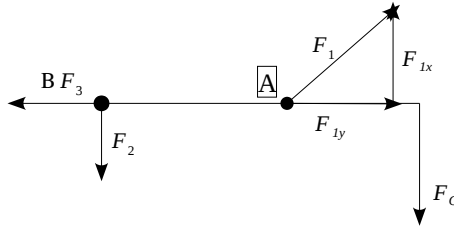


Abbildung 3: Teilsystem Querbalken

$$|\vec{F}_{1x}| = |2\vec{F}_G| = 183,6N.$$

Das Verhältnis von $\vec{F}_{1x}$ zu $\vec{F}_{1y}$ ergibt sich aus der Geometrie entsprechend der Hebelarmlängen, siehe Abbildung (4).

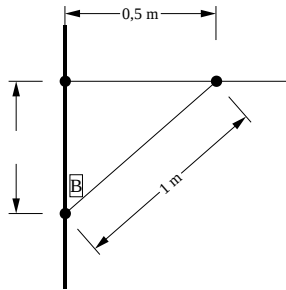


Abbildung 4: Zur Geometrie

Es gilt demnach $|\vec{F}_{1y}| = |\frac{0,5}{\sqrt{0,75}}\vec{F}_{1x}| = 106N$ und weiter $|\vec{F}_1| = |\frac{1}{\sqrt{0,75}}\vec{F}_{1x}| = 212N$. Diese Kräfte werden im Punkt B auf die Wand übertragen, da $\vec{F}_1$ dort hin verschoben werden kann. Damit sind alle im System auftretenden Kräfte bestimmt.